CONCURSUL JUDEȚEAN
"Trepte în matematică și comunicare" Memorial FLORIAN PANĂ
Ediția a XX-a, 16 mai 2026
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE_____Clasa a XI-a (M2 tehnologic)

Subiectul I (20p)

1. Să se determine numere reale x, y, m, n pentru care are loc egalitatea de matrice:

$$\begin{pmatrix} x^2+x & 8^m \\ C_n^2 & \log_2(y+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2^{2m-1} \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Soluție:

$x^2+x=2$ cu soluțiile $x_1=1$ și $x_2=-2$ 2p

$8^m=2^{2m-1} \Rightarrow 2^{3m}=2^{2m-1} \Rightarrow m=-1$.....2p

$C_n^2=3 \Rightarrow n^2-n-6=0$ cu unica soluție convenabilă $n=3$.....2p

$\log_2(y+1)=3$ cu soluția $y=7$.....2p

2. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.

a) Să se demonstreze că $A^2=5A$.

b) Să se determine matricele $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $X^2+X=A$

Soluție

b) $A^2=\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}=5A$ 4p

c) $A^2=5A$ deci $X = aA, a \in \mathbb{R} \Rightarrow X^2 = a^2 \cdot 5 \cdot A$ 3p

$X^2 + X = \left(5a^2 + a\right)A \Rightarrow 5a^2 + a = 1$.....2p

Se obîn soluțiile $X_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{10}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 3p

Subiectul al II-lea (25p)

1. Se consideră funcția $f:[1,+\infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\frac{x-lnx}{x+lnx}$.

a) Să se verifice că $f(1)+f(e)=\frac{2e}{1+e}$.

b) Să se arate că $f'(x)=\frac{2(lnx-1)}{(x+lnx)^2}$, oricare ar fi $x \epsilon [1,+\infty)$.

c) Să se determine ecuația asimptotei către$+\infty$ la graficul funcției $g:[1,+\infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x)=\frac{f'(x)}{(f(x)+1)^2}$.

Soluție:

$f(1)=1, f(e)=\frac{e-1}{e+1}$ și cerința..... 5 p

Calculul derivatei 10p

$g(x)=\frac{ln(x)-1}{2x^2}$..... 4p

Calculul limitei 3p

$y=0$ ecuația ansimptotei orizontale..... 3p

NOTĂ: *Orice soluție corectă, diferită de cea din barem, se notează cu punctaj maxim.*